

УДК 621.926.5 .666.94.052

Иванов А.Н., Чудный А.Ю.

**ЗАВИСИМОСТЬ ХАРАКТЕРИСТИК ДВУХФАЗНОЙ СТРУИ ОТ ПЛОТНОСТИ СРЕДЫ ЕЁ РАСПРОСТРАНЕНИЯ***Харьковский государственный технический университет  
строительства и архитектуры*

Процесс измельчения имеет большое значение для многих отраслей промышленности. При этом преследуются различные цели. Для цементной промышленности, например, важно только увеличить поверхность материала и повысить его реакционную способность, а для горнорудной необходимо облегчить дальнейшее разделение различных фракций. Следовательно, техника измельчения меняется в зависимости от требуемой тонкости измельчения.

Независимо от способа помола, частицы измельчаемого материала отличаются друг от друга размерами, формой и другими признаками. Поэтому преимущественно принято считать, что одинаковые по форме и размерам частицы имеют одинаковые свойства. Исходя из принятого допущения, определяющее значение приобретают функции массового или объемного распределения частиц по их геометрическим характеристикам, т.е. гранулометрический состав. При выборе способа определения крупности частиц следует отдавать предпочтение процессу, наиболее близкому по своей природе к реальному технологическому процессу, в котором используется данный материал.

В цементной промышленности, в основном, применяют ситовой анализ гранулометрического состава. При таком методе определяющей характеристикой измельчаемого материала становится распределение его частиц по размерам, или его гранулометрический состав.

Различают интегральную (кумулятивную) и дифференциальную функции распределения частиц по размерам.

Значения интегральной функции  $R(\delta)$  соответствуют массовой доле частиц, имеющих размер крупнее  $\delta$ . Так как в основу сравнения размеров частиц неправильной формы положен рассеив навески на ситах, то каждое значение функции  $R(\delta)$  равно доле навески, задержавшейся на сите с ячейкой диаметром  $d = \delta$ . Поэтому интегральную функцию распределения часто называют кривой полных остатков. Совокупность пар значений  $R_i - \delta_i$  может быть получена рассеивом материала на комплекте сит  $d_i$  ( $i = 1, 2, \dots, N$ , где  $N$  – число сит комплекта).

Существуют различные аналитические зависимости, описывающие опытные кривые полных остатков. Наибольшее распространение получила зависимость Розина-Раммлера:

$$R(\delta) = \exp(-b \delta^n), \quad (1)$$

где  $b$  и  $n$  – параметры идентификации кривой к опытным данным. Первоначально введенная авторами как чисто аппроксимирующая зависимость, она впоследствии была получена и теоретически для отдельных процессов преобразования гранулометрического состава сыпучих материалов.

Наряду с кривой полных остатков  $R(\delta)$  распространена другая интегральная характеристика – кривая полных проходов  $D(\delta)$ , каждая точка которой показывает массо-

вую долю частиц не крупнее, а мельче заданного размера  $\delta$ . Обе функции связаны друг с другом соотношением:

$$R(\delta) + D(\delta) = 1.$$

Обычно опытные точки (дискретные значения пар  $R_i - \delta_i$ ) наносят на график, где по оси ординат отложены значения  $\ln \ln (1/R)$ , а по оси абсцисс  $\ln \delta$ . Если эти точки удовлетворительно укладываются на прямую, то считается, что описание адекватно, а угловой коэффициент этой прямой соответствует показателю степени  $n$  в формуле (1).

Помол материала в трубной мельнице осуществляется в несколько этапов. Диаграммы помола, изображающие зависимость содержания процента остатка на сите от продолжительности размола, показывают, что количество крупного класса материала, а, соответственно, средний размер частиц измельчаемого материала, уменьшается с увеличением расстояния от зоны загрузки, т.е. времени помола.

Сопоставление различных диаграмм помола указывает, что их вид зависит от свойств размалываемого материала и от условий размола (количество мелющих тел, их размеры и пр.). Но при значительных отличиях в скорости уменьшения содержания крупного класса все они обладают общими чертами. Характерной особенностью кривых является неравномерная скорость уменьшения содержания крупного класса: вначале она большая, затем все более и более замедляется. Все эти теоретические положения нами будут использованы при рассмотрении изменения плотности аспирационного воздуха вдоль шаровой камеры трубной мельницы.

Известно, что помол в замкнутом цикле более эффективен, чем в открытом, благодаря своевременному удалению готового продукта за счёт загрузчика тонкости подаваемого в сепаратор материала и ликвидации налипаемости в камере трубной мельницы. Эффективность измельчения материала, помимо других факторов, ещё во многом зависит и от его грансостава, который определяет плотность упаковки частиц и наличия дефектов в структуре. Поэтому введение крупки и ПАВ (поверхностно активных веществ) необходимо осуществлять в зону, где их влияние наиболее эффективно [1,2]. Подача крупки и ПАВ с помощью пневмоподачи в виде двухфазных струй возможна только в той части поперечного сечения мельницы, где отсутствуют мелющие тела и измельчаемый материал т.е. в «свободном объеме». Необходимо дать зависимости для определения параметров подачи струи на определённые участки мельницы с учётом конкретных условий её распространения. Для этого надо проанализировать эти условия.

Траектории движения частиц материала отличаются от траектории движения мелющих тел, и они тем больше отличаются, чем мельче частицы, т.е. с уменьшением размера частиц материала возрастает его концентрация в «свободном объеме» зоны поперечного сечения мельницы теоретически свободной. В работе Щенникова А.Н. [3] исследовано влияние измельчаемого материала на скоростной режим мелющих тел и процесс измельчения при различных футеровках. Результаты исследований показали, что влияние материала на режим работы мелющих тел проявляется в большей степени для футеровок с высоким коэффициентом сцепления. Например, для углов отрыва  $49-54^\circ$ , изменение угла отрыва составило  $14-16^\circ$ , а на режимах с углом отрыва  $56-58^\circ$  соответственно –  $19-21^\circ$ . Это связано с тем, что футеровки с низким коэффициентом сцепления обладают меньшей поверхностью контакта с мелющими телами и, соответственно, меньшей чувствительностью к изменению сил сцепления, вызываемому наличием измельчаемого материала. В связи с этим наблюдаются отклонения характеристик режимов процесса измельчения в реальных условиях от полученных на моделях без материала, в том числе таких важных, как классификация и скоростные режимы.

Как уже ранее упоминалось, в настоящее время принята гипотеза о полете мелющих тел и материала по параболической траектории после отрыва от футеровки практически без учета сопротивления воздуха, т.к. мелющие тела имеют такую плотность и размеры, что сопротивлением воздуха можно пренебречь. Для крупных частиц материала эта гипотеза также оправдана. Движение мелких частиц зависит от сопротивления воздуха. Скорость мелких частиц меньше скорости мелющих тел и в результате их столкновения происходит изменение направления движения частиц материала. Учитывая равновероятность изменения направления от  $-90^\circ$  до  $+90^\circ$  можно считать, что частицы определенных размеров будут распределены во всем поперечном сечении мельницы, а не только в «рабочем пространстве». Законы распределения частиц во всем поперечном сечении мельницы зависят от размера частиц, т.к. на частицу после получения импульса силы от элементов помольного агрегата или других частиц действуют альтернативные силы: гравитационные и лобового сопротивления. От соотношения этих сил зависит траектория движения частиц. Определяющим параметром нахождения частиц в «свободном объеме» является вертикальная составляющая скорости.

Вертикальная составляющая скорости частицы не может быть выше скорости витания. В неподвижном газе расчет стационарной скорости свободного оседания крупных частиц обычно ведут исходя из равенства

$$F_s = F_{\text{comp}},$$

в котором  $F_s = \pi d^3 \rho g / 6$ , а  $F_{\text{comp}} = \zeta \pi d^2 |v_{\text{вит.ч}}| \cdot v_{\text{вит.ч}} / 8$ ,

т.е.  $\pi d^3 \rho g / 6 = \zeta \pi d^2 |v_{\text{вит.ч}}| \cdot v_{\text{вит.ч}} / 8$ .

Для определения скорости витания частицы  $v_{\text{вит.ч}}$  необходимо определить коэффициент  $\zeta$ , учитывающий сопротивление, которое встречают частицы в воздушной среде, величина которого изменяется в зависимости от числа Рейнольдса  $Re$ . Коэффициент  $\zeta$  и число Рейнольдса  $Re$  связаны зависимостью [4]

$$Re^2 \zeta = \frac{4g}{3} \cdot \frac{d^3}{\mu_a^2} \cdot \rho_i \cdot \rho_a,$$

где  $g$  – ускорение свободного падения;  $d$  – диаметр частицы;  $\mu_v$  – динамическая вязкость воздуха;  $\rho_i$  – плотность материала частицы;  $\rho_a$  – плотность воздуха.

Значения параметра  $\zeta Re^2$  как функции  $Re$ , вычисленные по экспериментальным данным, приводятся во многих руководствах [4]. Зная диаметр частицы и остальные характеристики, вычисляют параметр  $\zeta Re^2$  и по таблице  $\zeta Re^2 = f(Re)$  находят соответствующее ему значение  $Re$  и  $\zeta$ , а по нему скорость витания частиц

$$v_{\text{вит.ч}} = \sqrt{\frac{4d g \rho_i}{3\rho_a \zeta}}$$

Скорости витания  $v_{\text{вит.ч}}$  частиц в зависимости от их диаметра меняется в широких пределах. Для частицы 0,5 мм она составляет около 2 м/с, для частицы 1 мм порядка 6 м/с и для частицы 10 мм около  $v_{\text{вит.ч}} \approx 23$  м/с. Если принять, что в свободном пространстве будут находиться только частицы, уносимые аспирационным воздухом при скорости его в 0,7–0,9 м/с, то это будут частицы менее 0,1 мм. Однако следует ожидать,

что в результате хаотического движения частиц под действием шаров в свободное пространство будут выбрасываться и частицы крупнее 0,1 мм, резко увеличивающие плотность среды распространения двухфазной струи. Из этого можно сделать вывод, что в мельнице Ø3,2×15 м (наиболее распространенный типоразмер) частицы диаметром менее 0,5 мм будут находиться не в «рабочем пространстве», а в «свободном объеме». Появление мелкой фракции в «свободном объеме» поперечного сечения мельницы вызывает резкое повышение лобового сопротивления движению двухфазных струй подачи крупки и ПАВ, т.к. растет плотность среды, в которой распространяются струи.

Итак, надо знать размер частиц витания и затем по диаграмме помола можно определить их количество, от которого зависит изменение плотности

Исследованиями полета частиц в среде (в частности, в воздухе) занимались и занимаются большое количество ученых. Во второй половине XVIII века артиллеристы исходили из квадратичного закона сопротивления и интегрировали следующие дифференциальные уравнения:

$$\frac{\partial p \partial x}{\partial t} = -g \partial t, \quad (2)$$

$$2b_2 \partial s \partial p = d^2 p, \quad (3)$$

где  $x$  и  $y$  – координаты точек траекторий для прямоугольной системы отсчета с началом в точке вылета;  $p = t\theta = \frac{\partial y}{\partial x}$  – тангенс угла наклона касательной к траектории;  $s$  – длина дуги траектории от точки вылета до точки с координатами  $x$  и  $y$ ;  $t$  – время за которое снаряд проходит дугу  $s$ ;  $g$  – ускорение силы тяжести;  $b_2 = cH(y)K(v)$ , здесь  $c$  – баллистический коэффициент;  $H(y)$  – функция, определяющая изменение плотности воздуха с высотой;  $K(v)$  – функция сопротивления.

Эйлер, Бернулли, Борда, Безу, Лежандр, Франсе, Дидион разработали методы прогнозирования полета снарядов, но их практическое применение ограничивалось необходимостью знания ряда параметров, которое на практике редко осуществимо.

Нами предлагается нахождение параметров двухфазной струи в следующей постановке. Уравнение траектории струи, вылетающей из сопла диаметра  $d$ , при наклоне струи под углом  $\theta$ , с начальной скоростью  $v$ , на которую действуют силы инерции  $F_i$ , тяжести  $G$  и сопротивления среды  $F_k$ , в параметрической форме может быть представлено в виде:

$$\begin{aligned} x &= vt \cos \theta - k \frac{x}{d} \frac{v^2}{2g}; \\ y &= vt \sin \theta - k \frac{y}{d} \frac{v^2}{2g} - \frac{gt^2}{2}, \end{aligned} \quad (4)$$

где  $x$  и  $y$  – координаты частицы струи в произвольно выбранной точке;  $t$  – время;  $k$  – коэффициент сопротивления.

Определение значения коэффициента сопротивления ( $k$ ) является главной задачей при расчете параметров струй, так как на различных участках движения струи условия ее движения меняются.

Специфика струи пневмоподачи крупки заключается в том, что на первом этапе движения по мельнице (в зоне загрузки) мелкой фракции измельчаемого материала будет незначительное количество и частицы крупки будут подвергаться в основном воздействию транспортирующей среды и отклонение частиц от горизонтального полета будет вызвано силой тяжести и вихревыми структурами. На следующих этапах все большее влияние будут оказывать соударения с частицами материала, траектории которых находятся в зоне движения частиц струи.

Величина относительной пульсационной скорости определяет угол раскрытия струи и находится из уравнения. [2]

$$\ln \frac{\Delta v' - g_i / K}{\Delta v'_0 - g_i / K} = \frac{2Kl_u(1+\varepsilon)^2}{v'_{a0i} + (1+2\varepsilon)v'_{\div 0i} - \Delta v'}; \quad K = \frac{18\mu_a}{\rho_{\div} D_{\div}^2},$$

где  $\Delta v' = v'_r - v'_c$  – относительная скорость газа;  $g_i$  – составляющие ускорения  $g$  силы тяжести;  $l_u$  – путь смещения;  $\varepsilon = G_c/G_r$  – относительная масса частиц;  $v'_r, v'_c$  – пульсационные составляющие поперечной скорости газа и частиц,  $\rho_{\div}$  – плотность частиц.

Все величины в данном уравнении зависят от расстояния до среза сопла и изменяются согласно изменению параметров кривой полных проходов

$$D(\delta) = 1 - \exp(-b \delta^n).$$

Коэффициент сопротивления зависит от изменяющейся плотности струи, которая уменьшается пропорционально квадрату диаметра струи, и от плотности среды распространения, которая увеличивается пропорционально величине полных проходов на сите с отверстиями  $\approx 0,5$  мм.

Известно, что угол раскрытия свободнотопленной воздушной струи составляет  $11^\circ$ , т.е. поперечная пульсационная скорость газа  $v'_r$  составляет  $0,194$  осредненной скорости газа. [5,6] Поперечная пульсационная скорость частиц  $v'_c = v'_r - \Delta v'$ . Угол раскрытия двухфазной струи определяется отношением пульсационной скорости частиц и осредненной скорости. Осредненная скорость частиц  $v_c = v_r - v_{\text{внт.ч}}$

Критический размер частиц размалываемого материала, которые находятся в зоне движения крупки, зависит от типоразмера мельницы. Для мельницы  $\varnothing 3,2 \times 15$  м, падение частиц по параболической траектории составит  $0,6-0,8$  секунд без учета сопротивления среды. Теоретически вертикальная составляющая скорости может достигать  $v_{\text{верт.ч}} \approx 6-8$  м/с. В верхней части «свободного объема»  $v_{\text{верт.ч}} \approx 2-3,5$  м/с. Поэтому в каждом слое от  $x$  до  $(x+\Delta x)$  поперечного сечения плотность среды распространения струи в мельнице (в «свободном объеме») будет равна массе частиц диаметром менее  $0,5$  мм в слое  $\Delta x$  ( $x$  расстояние от загрузочной части), деленной на объем слоя. Продольная составляющая скорости их будет равняться скорости аспирационного воздуха ( $0,7-1$  м/с) для пылевидной фракции и практически нулю для частиц, время релаксации которых более  $0,5$  секунд. Поэтому, согласно закону сохранения количества движения, скорость крупки упадет пропорционально соотношению масс крупки и материала, контактирующих в «свободном объеме», т.е. коэффициент сопротивления определяется как

$$k(x) = V(x+\Delta x)/V(x) = m_1(x)/[m_1(x) + m_2(x)],$$

где  $m_1(x)$  – масса подаваемой крупки и «присоединенной» мелкой фракции на расстоянии  $x$  от загрузочной части;  $m_2(x)$  – масса мелкой фракции на расстоянии  $x$  от загрузочной части.

Распределение материала в «свободном объеме» зависит от расстояния до загрузочной части мельницы –  $m_2(x)$ . Так, например, если на входе мельницы гранулометрический состав характеризуется числами, приведенными в таблице 1, то материал, представленный частицами менее 0,5 мм, составляет около 2–3 % измельчаемого в данном сечении (рис. 1, где  $f$  – плотность распределения частиц). Затем, по мере измельчения, их количество возрастает по длине мельницы согласно диаграмме помола.

Таблица 1

№ п.п.	Размер ячейки сита в м, $\delta$	Остаток на сите в долях к исходной навеске, $R(\delta)$	Расчетное значение $R(\delta)$
1	0,004200	0,45000	0,495865
2	0,006300	0,30000	0,267538
3	0,008500	0,15000	0,122267
4	0,010000	0,08000	0,066775
5	0,015000	0,00300	0,006175

Коэффициенты:  $b=3510,1809$ ;  $n=1,556466$ . Вычислено по (1)

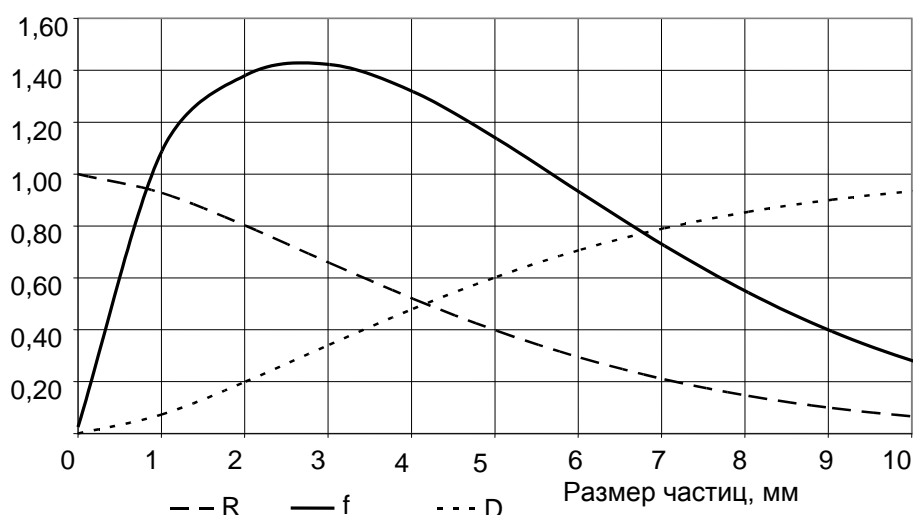


Рисунок 1 – Характеристики распределения гранулометрического состава

Если же в сечении мельницы гранулометрический состав характеризуется числами в 10 раз меньше (таблица 2), то материал, представленный частицами менее 0,5 мм, составляет около 60 % измельчаемого в данном сечении (рис. 2).

Таблица 2

№ п.п.	Размер ячейки сита в м, $\delta$	Остаток на сите, $R(\delta)$	Расчетное значение $R(\delta)$
1	0,000420	0,45000	0,495865
2	0,000630	0,30000	0,267538
3	0,000850	0,15000	0,122267
4	0,001000	0,08000	0,066775

5	0,001500	0,00300	0,006175
---	----------	---------	----------

Коэффициенты:  $b=126414,14$ ;  $n=1,556466$ . Вычислено по (1)

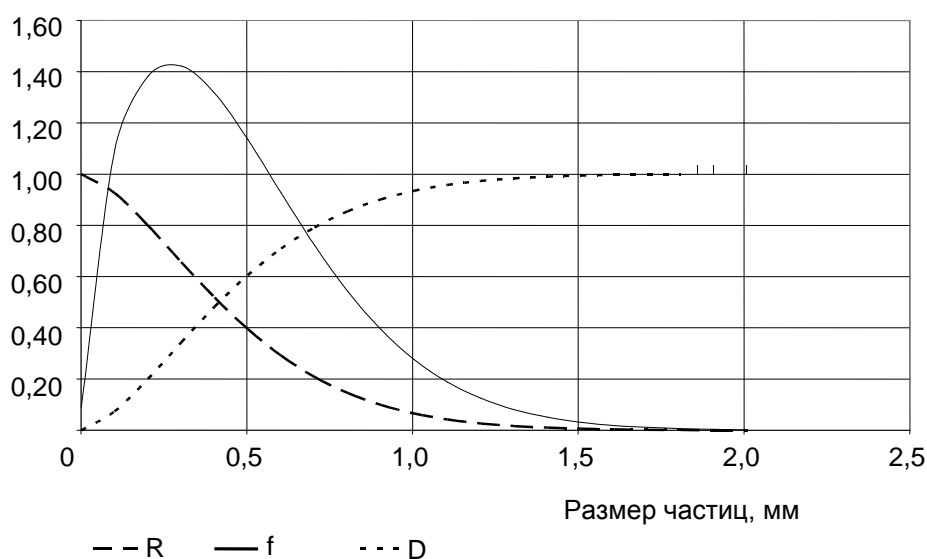


Рисунок 2 – Характеристики распределения гранулометрического состава измельченного материала

Анализ информации, приведенной на рисунках 1 и 2, показывает, что коэффициенты сопротивления отличаются в 20–30 раз.

Итак, применительно к конкретному решению рассмотренной задачи, при пневмоподаче крупки после сепаратора на заданные участки по длине шаровой камеры трубных мельниц замкнутого цикла работы необходимо учитывать следующее. Так как угол раскрытия двухфазной струи составляет  $11^{\circ}$ , а длина подъёмной части траектории полёта крупки составляет не менее 60 % от диаметра мельницы, то в стеснённых условиях распространения струи, определяемых величиной сечения свободного пространства, характеристики струи должны обеспечить обход контура загрузки мельницы, что позволяют сделать предложенные авторами зависимости.

Разработанный алгоритм определения коэффициента сопротивления как функции расстояния от зоны загрузки и размалываемости материала, позволяет численно решить уравнение (4) и определить оптимальные скорости подачи крупки в заданную зону помола. В результате моделирования процесса помола клинкера Балаклеянского цементно-шиферного комбината установлено, что скорость 16,7 м/с обеспечивает подачу крупки в зону тонкого измельчения, что позволяет оптимизировать работу помольного агрегата.

#### Литература

1. Иванов А.Н., Чудный А.Ю. Оптимизация возврата крупки после сепаратора в трубные мельницы. // Вісник НТУ "ХП". Хімія, хімічна технологія і екологія.–Харків: НТУ "ХП", 2005. Вип.51.– С. 94–99.
2. Иванов А.Н., Чудный А.Ю. К вопросу математического моделирования пневмоподачи крупки и поверхностно-активных веществ в трубные мельницы // Інтегровані технології та енергозбереження.– Харків.–НТУ "ХП". 2006. –№1. С. 97–102.
3. Щенников А. Н., Лебедев А. О., Ковалев А. Г. Об изучении движения загрузки и материала. Сборник научных трудов БТИСМ. Совершенствование техники и технологии измельчения материалов.– Белгород. 1989. С. 78–84.
4. Урбан В.-М.: Машиностроение, 1967.–319 с.
5. Абрамович Г.Н. Теория турбулентных струй. – М.: Наука, 1984. – 717 с.

6. Абрамович Г.Н., Гиршович Т.А. Турбулентные струи, несущие твердые или капельно-жидкие примеси // Парожидкостные потоки. – Минск: ИТМО им. А.В. Лыкова АН СССР, 1977. – С. 155–176.